

*Ж. нано- электрон. физ./*  
*J. Nano- Electron. Phys.*  
2011. – Т.3, №3. – С. 100-113

© 2011 СумДУ  
(Сумський державний  
університет)

PACS number: 41.60.Cr

## **МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИЕ ФОРМИРОВАТЕЛИ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КЛАСТЕРОВ НА БАЗЕ «ОБЫКНОВЕННЫХ» ЛСЭ: АНАЛИЗ**

**В.В. Кулиш<sup>1</sup>, А.В. Лысенко<sup>2</sup>, А.Ю. Брусник<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Национальный авиационный университет,  
пр. Космонавта Комарова, 1, 03680, Киев, Украина  
E-mail: [kulish2001@ukr.net](mailto:kulish2001@ukr.net)

<sup>2</sup> Сумской государственной университет,  
ул. Римского-Корсакова, 2, 40007, Сумы, Украина

*Проанализированы физические процессы, протекающие при формировании ультракоротких электромагнитных кластеров в мультигармонических параметрических лазерах на свободных электронах. Выяснены условия, необходимые для формирования таких кластеров. Изучены два варианта формирования, которые различаются спектрами электромагнитного сигнала на входе в систему и спектрами мультигармонического магнитного поля накачки. Продemonстрирована возможность формирования ультракоротких кластеров электромагнитного поля в системах типа мультигармонические параметрические лазеры на свободных электронах.*

**Ключевые слова:** ЛАЗЕРЫ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ, УЛЬТРАКОРОТКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КЛАСТЕРЫ, МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ.

*(Получено 02.07.2011, в отредактированной форме – 30.10.2011,  
опубликовано online – 05.11.2011)*

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

Данная статья является третьей частью работы, две из которых опубликованы в [1, 2]. В первой из них [1] произведено общее качественное описание нового класса релятивистских электронных устройств – мультигармонических ЛСЭ-клистронов, предназначенных для формирования фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. Здесь проведено обсуждение серии возможных теоретических моделей таких лазеров на свободных электронах, в том числе, и их конструкционные схемы.

В отличие от работы [1], которая носит довольно общий характер, в статье [2] главное внимание уделено подробному описанию одной из частных разновидностей такого рода систем. Отличительной их особенностью является использование, как конструкционной основы, мультигармонических секций традиционных (т.е., «обычных») параметрических ЛСЭ. Кроме того, в работе [2] обсуждено также ряд постановочных вопросов. В частности, рассмотрена теоретическая модель «широкого пучка», в рамках которой при выполнении ряда условий пучок может считаться поперечно неограниченным. Предложены модели мультигармонического магнитного ондулятора, а также ключевых секций ЛСЭ (модуляции и оконечной, соответственно). Также получена система

нелинейных укороченных уравнений для комплексных амплитуд гармоник взаимодействующих волн.

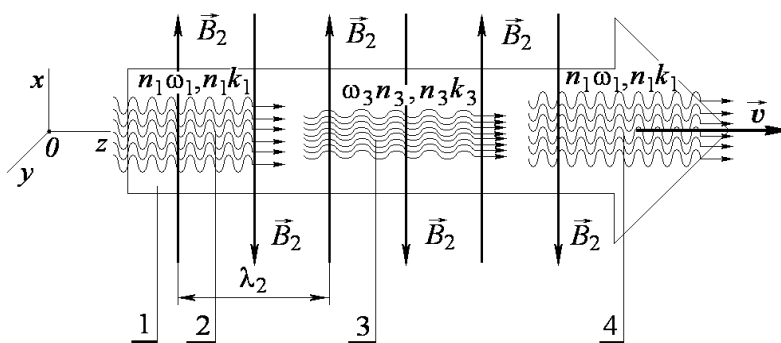
В данной статье, опираясь на основу, заложенную в предыдущих работах, произведено компьютерное моделирование физических процессов, протекающих при формировании ультракоротких электромагнитных кластеров в секции, построенной на базе «обыкновенных» параметрических ЛСЭ. Показано, что такие устройства могут быть эффективными формироваателями ультракоротких, в том числе и фемтосекундных, кластеров электромагнитного поля.

## 2. МОДЕЛЬ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКОГО ФОРМИРОВАТЕЛЯ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КЛАСТЕРОВ НА БАЗЕ «ОБЫКНОВЕННЫХ» ЛСЭ

Конструкционные особенности формирователя фемтосекундных электромагнитных кластеров на базе мультигармонического параметрического ЛСЭ изложены в работе [2]. В данной работе для описания физических процессов, протекающих в ЛСЭ-формирователе, использована теоретическая модель, представленная на рис. 1. Здесь поперечно-неограниченный пучок 1 движется вдоль оси  $z$  через поперечное линейно поляризованное поле мультигармонического магнитного ондулятора. Конструкция такого ондулятора детально описана в работе [2]. Магнитное поле ондулятора представим в виде

$$\vec{B}_2 = \sum_{n_2=1}^N [B_{2,n_2} \exp(in_2 p_2) + c.c.] \vec{e}_y, \quad (1)$$

где:  $B_{2,n_2}$  – комплексная амплитуда индукции магнитного  $n_2$ -ой гармоники поля накачки,  $n_2 = 1, 2, \dots, N$  – номера гармоник,  $p_2 = k_2 z$  – фаза первой гармоники поля накачки,  $k_2 = 2\pi/\lambda_2$  – волновое число,  $\vec{e}_y$  – орт оси  $y$ .



**Рис. 1** – Модель ЛСЭ-формирователя фемтосекундных электромагнитных кластеров. Здесь: 1 – релятивистский электронный пучок; 2 – мультигармонический электромагнитный сигнал (кластерная волна сигнала) на входе в систему со спектром  $n_1\omega_1, n_1k_1$ ; 3 – мультигармоническая волна пространственного заряда (кластерная ВПЗ) со спектром  $n_3\omega_3, n_3k_3$ ; 4 – мультигармонический электромагнитный сигнал (кластерная волна сигнала) на выходе из системы;  $\vec{B}_2$  – вектор индукции мультигармонического магнитного поля накачки с пространственным периодом  $\lambda_2$

Полагаем, что на вход мультигармонического ЛСЭ-формирователя поступает мультигармонический электромагнитный сигнал:

$$\vec{E}_1 = \sum_{n_1=1}^N \left[ E_{1,n_1} \exp(in_1 p_1) + c.c. \right] \vec{e}_x, \quad (2)$$

где  $E_{1,n_1}$  – амплитуда напряженности электрического поля  $n_1$ -ой гармоники поля сигнала,  $n_1 = 1, 2, \dots, N$  – номера гармоник,  $p_1 = \omega_1 t - k_1 z$  – фаза первой гармоники поля сигнала,  $\omega_1, k_1$  – частота и волновое число первой гармоники,  $\vec{e}_x$  – единичный вектор вдоль оси  $x$ .

В результате взаимодействия полей накачки (1) и сигнала (2) в системе возбуждается мультигармоническая волна пространственного заряда:

$$\vec{E}_3 = \sum_{\chi} \vec{E}_{3,\chi} = \sum_{n_3=1}^N \left[ E_{3,\chi,n_3} \exp(ip_{3,\chi,n_3}) + c.c. \right] \vec{e}_z, \quad (3)$$

где  $\chi = \pm 1$  – знак, обозначающий тип поля ВПЗ ( $\chi = +1$  соответствует медленной, а  $\chi = -1$  – быстрой ВПЗ),  $E_{3,\chi,n_3}$  – амплитуда напряженности электрического поля  $n_3$ -ой гармоники поля  $\chi$ -ой ВПЗ,  $n_3 = 1, 2, \dots, N$  – номера гармоник,  $p_{3,\chi,n_3} = n_3 \omega_3 t - k_{3,\chi,n_3} z$  – фаза, а  $n_3 \omega_3, k_{3,\chi,n_3}$  – частота и волновое число  $n_3$ -ой гармоники поля  $\chi$ -ой ВПЗ,  $\vec{e}_z$  – единичный вектор вдоль оси  $z$ .

Взаимодействие волн в системе полагаем квазистационарным и установившимся, т.е., считается, что все переходные процессы в системе закончились. При этом используем граничное условие:

$$E_{3,\chi,n_3} \Big|_{z=0} = 0, \quad E_{1,n_1} \Big|_{z=0} = E_{10,n_1}. \quad (4)$$

Считаем, что в системе реализуется комптоновский режим множественного параметрически-резонансного взаимодействия [3]. Это означает, что система в таком состоянии не различает быстрых и медленных ВПЗ:

$$k_{3,\chi,n_3} (\chi = +1) \approx k_{3,\chi,n_3} (\chi = -1) \approx n_3 k_3. \quad (5)$$

Условия для реализации такого множественного вырожденного параметрического резонанса выбираем в форме [3-5]:

$$n_1 \omega_1 \approx n_3 \omega_3, \quad n_3 k_3 \approx n_1 k_1 + n_2 k_2. \quad (6)$$

Также учитываем трехволновые параметрические резонансные взаимодействия между гармониками волны одного и того же типа.

Легко видеть, что, например, в частном случае  $n_1 = n_2 = n_3$  и при выполнении условия пренебрежимо малой дисперсии (5) резонансное условие (6) может быть выполнено одновременно для любого числа гармоник. Именно это наблюдение и составляет главную идею механизма множественных трехволновых параметрических резонансов на гармониках. Впервые она была сформулирована в нашей работе [6] для случая двухпоточковых ЛСЭ и здесь, как было показано выше, обобщена на случай однопучкового «обычного» ЛСЭ.

### 3. БАЗОВЫЕ УКОРОЧЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АМПЛИТУД ГАРМОНИК ВОЛН

В качестве исходных выбираем систему уравнений Максвелла и релятивистское квазигидродинамическое уравнение движения пучка. Далее используем выше предложенные теоретические модели, стандартную постановку задачи и методы теории иерархических колебаний и волн, описанные, например, в монографиях [3-5]. В итоге довольно громоздких аналитических преобразований для комплексных амплитуд гармоник полей (2), (3) в кубически-нелинейном приближении получаем следующую систему укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} K_{1,n_1} \frac{d^2 E_{1,n_1}}{dz^2} + K_{2,n_1} \frac{dE_{1,n_1}}{dz} + D_{1,n_1} E_{1,n_1} &= K_{3,n_1} B_{2,n_1} E_{3,n_1} + F_{1,n_1}, \\ C_{1,n_3} \frac{d^2 E_{3,n_3}}{dz^2} + C_{2,n_3} \frac{dE_{3,n_3}}{dz} + D_{3,n_3} E_{3,n_3} &= C_{3,n_3} E_{1,n_3} B_{2,n_3}^* + C_{4,n_3} \langle E_3 E_3^{\text{int}} \rangle_{n_3 p_3} + F_{3,n_3}. \end{aligned} \quad (7)$$

В этих уравнениях:

$$\begin{aligned} D_{1,n_1} &= (n_1^2 / c^2) \left[ k_1^2 c^2 - \omega_1^2 - (\omega_p^2 / n_1^2 \bar{\gamma}) \right], \quad D_{3,n_3} = -i(n_3 k_3) \cdot \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\Omega_3^2 n_3^2 \bar{\gamma}^3} \right), \\ K_{1,n_1} &= \partial^2 D_{1,n_1} / \partial (-in_1 k_1)^2 / 2, \quad C_{1,n_3} = \partial^2 D_{3,n_3} / \partial (-in_3 k_3)^2 / 2, \\ K_{2,n_1} &= \partial D_{1,n_1} / \partial (-in_1 k_1), \quad C_{2,n_3} = \partial D_{3,n_3} / \partial (-in_3 k_3), \\ K_{3,n_1} &= \frac{\omega_p^2 \omega_1 e}{2n_1^2 \Omega_3 m_e \bar{\gamma}^4 k_1 k_2 c^3} \left( \frac{\bar{v} \bar{\gamma}^2}{c^2} - \frac{k_3}{\Omega_3} \right), \quad C_{3,n_3} = \sum_{q=1,2} \left( \frac{\omega_p^2 e k_3}{n_3^2 \Omega_3^2 m_e \bar{\gamma}^2 c^2 k_2} \left( \frac{\bar{v}}{c} - \frac{k_3 c}{\omega_3} \right) \right), \\ C_{4,n_3} &= \frac{3\omega_p^2 e k_3}{in_3 \Omega_3^3 m_e \bar{\gamma}^6} \cdot \left( \frac{k_3}{\Omega_3} - \frac{\bar{v} \bar{\gamma}^2}{c^2} \right), \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\bar{v}/c)^2}}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m_e}, \end{aligned}$$

$\Omega_\chi = \omega_\chi - k_\chi \bar{v}$ , индекс  $\chi$  принимает значения 1,3.

Также здесь использованы обозначения

$$\begin{aligned} \langle \dots \rangle_{n_\chi p_\chi} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \dots \exp(-in_\chi p_\chi) dp_1 dp_2 dp_3, \\ E_{\chi n_\chi}^{\text{int}} &= \sum_{m=1}^N \left[ E_{\chi n_\chi} \frac{\exp(in_\chi p_\chi)}{in_\chi} + c.c. \right], \quad (\chi = 1, 3). \end{aligned}$$

В уравнениях (7)  $F_{1,n1}$ ,  $F_{3,n3}$  – функции, содержащие кубические нелинейные слагаемые, которые имеют следующий вид

$$\begin{aligned}
F_{1,n_1} = & K_{5,n_1} E_{3,n_1}'^{\text{int}} B_{2,n_1} + K_{6,n_1} B_{2,n_1} \langle E_3 E_3^{\text{int}} \rangle_{n_1 p_3} + K_{7,n_1} B_{2,n_1} \langle E_3^{\text{int}} E_3^{\text{int}} \rangle_{n_1 p_3} + \\
& + K_{8,n_1} \langle E_1 E_1^{\text{int}} E_1^{\text{int}} \rangle_{n_1 p_1} + \left\langle E_1 \sum_{l=1}^N \left( K_{9,n_1,l} E_{3,l} B_{2,l} e^{ilp_1} + c.c. \right) \right\rangle_{n_1 p_1} + \\
& + E_{1,n_1} \sum_{l=1}^N \left( K_{10,n_1,l} |E_{3,l}|^2 + K_{11,n_1,l} |B_{2,l}|^2 \right). \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{3,n_3} = & C_{5,n_3} E_{1,n_3}' B_{2,n_3}^* + C_{6,n_3} \langle E_3 E_3^{\text{int}} E_3^{\text{int}} \rangle_{n_3 p_3} + \\
& + \left\langle E_3 \sum_{l=1}^N \left( C_{7,n_3,l} E_{1,l} B_{2,l}^* e^{ilp_3} + c.c. \right) \right\rangle_{n_3 p_3} + E_{3,n_3} \sum_{l=1}^N \left( C_{8,n_3,l} |E_{1,l}|^2 + C_{9,n_3,l} |B_{2,l}|^2 \right) + \\
& + C_{10,n_3} \langle E_3' E_3^{\text{int}} \rangle_{n_3 p_3} + C_{11,n_3} \langle E_3 E_3' \rangle_{n_3 p_3} + C_{12,n_3} \langle E_3^{\text{int}} E_3'^{\text{int}} \rangle_{n_3 p_3}. \quad (9)
\end{aligned}$$

В соотношениях (8)-(9) использовано обозначение

$$E_{\chi}' = \sum_{m=1}^N \left[ \frac{dE_{\chi,m}}{dz} \exp(im p_{\chi}) + c.c. \right].$$

Коэффициенты  $C$  и  $K$  зависят от волновых чисел, частот, постоянных составляющих скорости  $\bar{v}$  и концентрации  $\bar{n}$  электронного пучка. Систему уравнений (7) дополним уравнениями для постоянных составляющих

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{v}}{dz} = & V_1 \langle E_1' E_1 \rangle_0 + \sum_{l=1}^N \left( V_{2,l} E_{3,l} E_{1,l}^* B_{2,l} + c.c. \right) \\
& + V_{3,3} \langle E_3' E_3 \rangle_0 + V_{4,3} \langle E_3 E_3^{\text{int}} E_3^{\text{int}} \rangle_0 + V_{5,3} \langle E_3 E_3 E_3^{\text{int}} \rangle_0. \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{n}}{dz} = & N_1 \langle E_1' E_1 \rangle_0 + \sum_{l=1}^N \left( N_{2,l} E_{3,l} E_{1,l}^* B_{2,l} + c.c. \right) + \\
& + N_{3,3} \langle E_3' E_3 \rangle_0 + N_{4,3} \langle E_3 E_3^{\text{int}} E_3^{\text{int}} \rangle_0 + N_{5,3} \langle E_3 E_3 E_3^{\text{int}} \rangle_0. \quad (11)
\end{aligned}$$

Коэффициенты  $V$  и  $N$  зависят от волновых чисел, частот, постоянных составляющих скорости  $\bar{v}$  и концентрации  $\bar{n}$  электронного пучка.

Уравнения (7)-(11) описывают динамику множественного параметрически-резонансного взаимодействия гармоник волн в рабочей области мультigarмонического ЛСЭ-формирователя. Далее, используя систему уравнений (7)-(11) как базовую, а также граничные условия (4), произведем анализ процесса формирования фемтосекундных электромагнитных кластеров.

#### 4. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ КЛАСТЕРОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Особенности формирования фемтосекундных кластеров электромагнитного поля рассмотрены в работах [1-7]. Здесь рассмотрим некоторые детали, связанные с формированием таких кластеров в однопоточковых параметрических ЛСЭ.

Понятно, что в идеальном случае на выходе из мультигармонического кластерного ЛСЭ-формирователя мы должны получить периодическую серию дельта-функций, которые имеют, например, следующий вид

$$E(t) = A \cdot T \cdot (-\delta(t - T/4 + nT) + \delta(t - 3T/4 + nT)) . \quad (12)$$

В этой формуле  $\delta$  – дельта-функция Дирака,  $T$  – период,  $n$  – целое число,  $A$  – некоторый множитель. По своей сути, такая последовательность дельта-функций  $E(t)$  является сложным периодическим мультигармоническим сигналом, и ее можно разложить в ряд Фурье

$$E(t) = E_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (E_m \exp(im(2\pi/T) \cdot t) + c.c.), \quad (13)$$

где

$$E_m = (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} E(t) \cdot \exp(-im(2\pi/T) \cdot \tau) d\tau \quad (14)$$

комплексная амплитуда  $m$ -ой гармоники. Для исследуемого случая, когда  $E(t)$  определяется соотношением (12), несложно, используя выражение (14), вычислить комплексные амплитуды  $E_m$ . В результате получим

$$E_m = 2iA \cdot \sin(m\pi/2) . \quad (15)$$

То есть  $E_0 = 0$ ,  $E_1 = +2iA$ ,  $E_2 = 0$ ,  $E_3 = -2iA$ ,  $E_4 = 0$ ,  $E_5 = +2iA$ ,  $E_6 = 0$ ,  $E_7 = -2iA$  и так далее. Из соотношения (15) следует: 1) амплитуды всех четных гармоник равны нулю; 2) модули нечетных гармоник одинаковы и равны, в данном случае,  $2A$ ; 3) фазы 1-й, 5-й, 9-й и т.д. гармоник равны  $(+\pi/2)$ ; 4) фазы 3-й, 7-й, 11-й и т.д. гармоник равны  $(-\pi/2)$ .

Таким образом, для того чтобы получить серию фемтосекундных кластеров электромагнитного поля (12) необходимо сформировать мультигармонический сигнал, амплитуды и фазы которого удовлетворяли бы условию (15).

Проанализируем уравнения (7), которые описывает динамику комплексных амплитуд сигнала и ВПЗ в кубически-нелинейном приближении в мультигармонических параметрических ЛСЭ с точки зрения принципиальной возможности решить выше сформулированную задачу. Ограничимся линейными слагаемыми. Решения такой системы будем искать в виде  $E_{1,m} \sim E_{01,m} \exp(\alpha_m z)$ ,  $E_{3,m} \sim E_{03,m} \exp(\alpha_m z)$ , принимая во внимания, что в системе реализуются множественные трехволновые параметрические резонансы между гармониками волн сигнала, ВПЗ и магнитного поля ондулятора ( $n_1 = n_2 = n_3 = m$ ). В результате получим следующую систему уравнений относительно начальных амплитуд  $E_{01,m}$ ,  $E_{03,m}$

$$\begin{aligned} (K_{1,m} \alpha_m^2 + K_{2,m} \alpha_m) E_{01,m} - K_{3,m} B_{2,m} E_{03,m} &= 0, \\ -C_{3,m} B_{2,m}^* E_{01,m} + (C_{1,m} \alpha_m^2 + C_{2,m} \alpha_m) E_{03,m} &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Система (16) будет иметь нетривиальные решения, если ее определитель будет равен нулю

$$(K_{1,m}\alpha_m^2 + K_{2,m}\alpha_m)(C_{1,m}\alpha_m^2 + C_{2,m}\alpha_m) - K_{3,m}C_{3,m}|B_{2,m}|^2 = 0. \quad (17)$$

Несложно найти приближенные решения уравнения (17)

$$\alpha_m = \alpha_{0,m} + \alpha_{1,m} + \dots, \quad (18)$$

где

$$\alpha_{0,m} = \sqrt{\frac{K_{3,m}C_{3,m}|B_{2,m}|^2}{(C_{2,m}K_{2,m})}} \approx \sqrt{\frac{\omega_p}{2k_{2,m}c\gamma^{3/2}}} \frac{|eB_{2,m}|}{m_e c \bar{v}} \quad (19)$$

инкремент параметрической неустойчивости, совпадающий с инкрементами, полученными в [3, 4, 8-12],

$$\alpha_{1,m} = -\alpha_{0,m}^2 (K_{1,m}/K_{2,m} + C_{1,m}/C_{2,m})/2. \quad (20)$$

Используя выражения для коэффициентов  $K$ ,  $C$  (см. комментарии к системе (7)), несложно убедиться, что  $\alpha_{0,m}$  является чисто действительной величиной, а  $\alpha_{1,m}$  — чисто мнимой. Это значит, что действительная часть инкремента  $\alpha_{0,m}$  отвечает за изменение модуля комплексной амплитуды  $m$ -й гармоники, а  $\alpha_{1,m}$  — за изменение начальной фазы комплексной амплитуды. Таким образом, мультигармонический ЛСЭ-формирователь на базе параметрического ЛСЭ может изменять как модули амплитуд гармоник, так и их фазы. Соотношения (19) и (20) позволяют грубо оценить такие изменения. Более точные результаты мы можем получить, используя систему (7). Итак, формирователь на основе параметрического ЛСЭ способен создавать сверхкороткие импульсы электромагнитного поля.

**Таблица 1** – Параметры ЛСЭ-формирователя

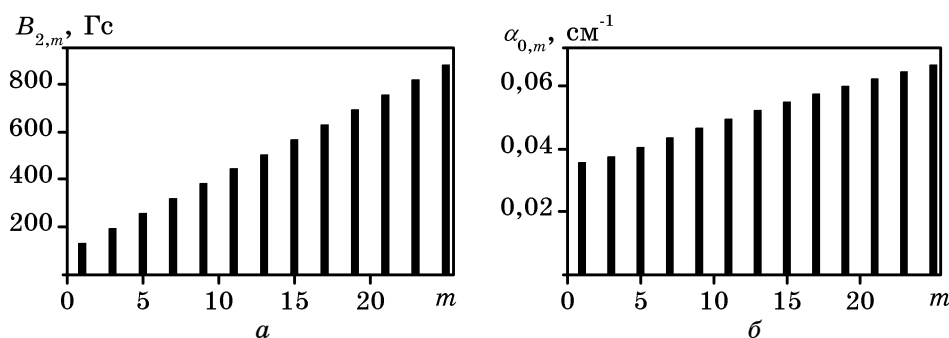
Длина волны первой гармоники сигнала	0,37 см
Значение релятивистского фактора электронного пучка	6,6
Плазменная частота пучка	$1,2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$
Пространственный период ондулятора	13,3 см

Исследуем динамику формирования мощного ультракороткого электромагнитного кластера с использованием уравнений (7) в системе, параметры которой представлены в таблице 1. При этом изучим два варианта. Случай, когда электромагнитный сигнал на входе в ЛСЭ-формирователь имеет: а) нормальный спектр (более высокая гармоника имеет меньшую амплитуду) и б) аномальный спектр (более высокая гармоника имеет большую амплитуду).

## 5. СЛУЧАЙ НОРМАЛЬНОГО СПЕКТРА ВХОДНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО СИГНАЛА

Рассматриваем случай, когда на вход ЛСЭ-формирователя подается электромагнитный сигнал со спектром, в котором более высокие

гармоники имеют меньшую амплитуду (см. далее рис. 4а). Как известно, в кластере амплитуды нечетных гармоник должны быть одинаковыми. Поэтому, если на входе в систему более высокие гармоники имеют меньшую амплитуду, то они должны быть усилены сильнее, то есть исходя из соотношения (19) иметь более высокие инкременты нарастания  $\alpha_{0,m}$ . Это требование можно выполнить, используя мультигармонический ондулятор с аномальным спектром. На рис. 2а представлен спектр магнитного поля такого ондулятора, а на рис. 2б – зависимость инкремента нарастания  $\alpha_{0,m}$  от номера гармоники для случая нормального спектра входного электромагнитного сигнала.



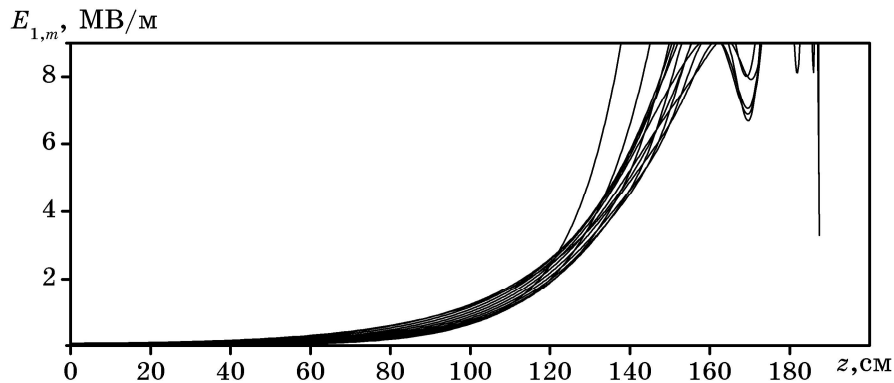
**Рис. 2** – Зависимости амплитуд гармоник индукции магнитного поля  $B_{2,m}$  ондулятора (а) и инкремента нарастания  $\alpha_{0,m}$  (б) от номера гармоники для случая нормального спектра входного электромагнитного сигнала

Как видим, данная проблема решается благодаря использованию ондулятора со спектром, в котором более высокие гармоники имеют большую амплитуду. Также следует обратить внимание на то, что четные гармоники ондулятора равны нулю. Это значит, что для четных гармоник сигнала усиление будет отсутствовать и на выходе ЛСЭ-формирователя такие гармоники будут также отсутствовать. Это позволяет выполнить одно из условий формирования кластера (см. комментарии к соотношению (15)).

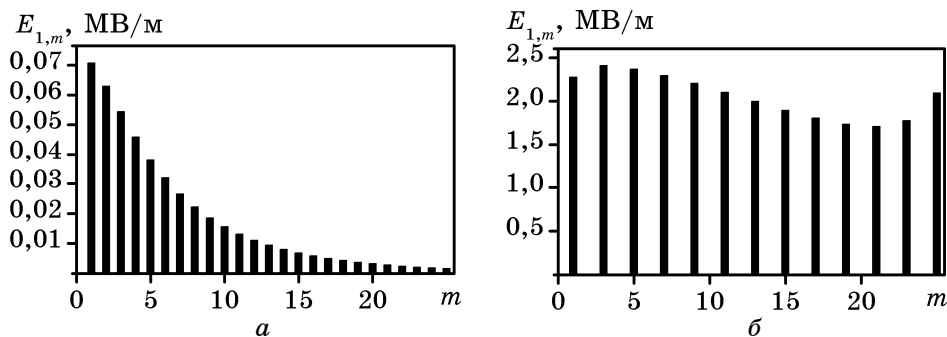
Далее, используя систему уравнений (7), проанализируем динамику амплитуд и фаз гармоник в ЛСЭ-формирователе, в котором спектр магнитного поля ондулятора представлен на рис. 2а, с учетом кубических нелинейностей.

На рис. 3 представлены зависимости модулей комплексных амплитуд гармоник волны сигнала  $E_{1,m}$  от продольной координаты  $z$ . Видим, что модули комплексных амплитуд нечетных гармоник экспоненциально нарастают, и в области с координатой  $z = 118$  см имеют приблизительно одинаковое значение. Преобразование и усиление сложного мультигармонического электромагнитного сигнала в кластерном параметрическом ЛСЭ иллюстрирует рис. 4. На рис. 4а представлен спектр входного электромагнитного сигнала, в котором высшие гармоники имеют меньшую амплитуду, а на рис. 4б показан спектр этого же сигнала в точке с координатой  $z = 118$  см. Из рис. 4 следует, что в точке  $z = 118$  см амплитуды всех нечетных гармоник имеют приблизительно одинаковое значение. Сопоставляя рис. 4а и 4б, легко видеть, что в системе имеет место усиление гармоник сигнала в  $10^2$ - $10^3$  раз.





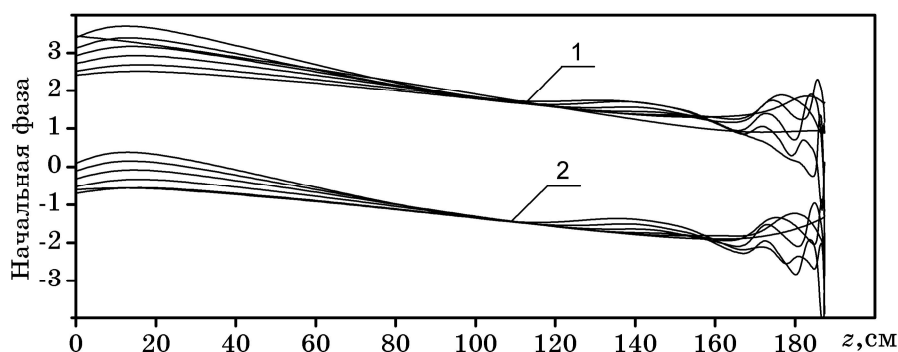
**Рис. 3** – Зависимости модулей комплексных амплитуд гармоник волны сигнала  $E_{1,m}$  от продольной координаты  $z$



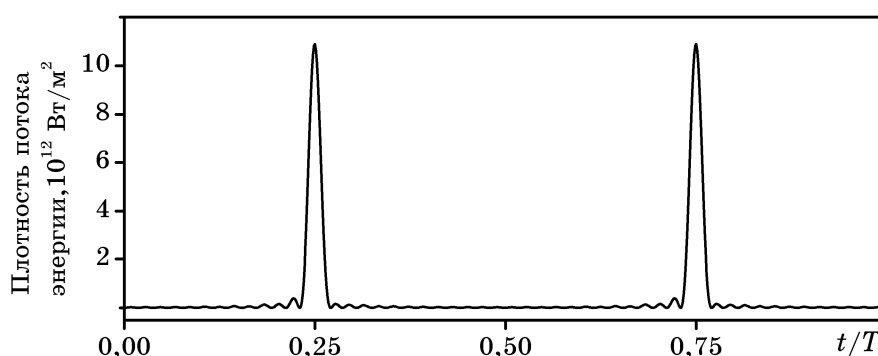
**Рис. 4** – Зависимости модулей комплексных амплитуд гармоник электромагнитного сигнала  $E_{1,m}$  от номера гармоники для продольной координаты на входе в систему  $z = 0$  см (а) и при  $z = 118$  см (б)

На рис. 5 представлены зависимости начальных фаз комплексных амплитуд гармоник мультигармонической электромагнитной волны от продольной координаты. Как видим, в области с продольной координатой  $z = 118$  см начальные фазы 1-й, 5-й, 9-й и т.д. гармоник приблизительно равны  $(+\pi/2)$  (кривые 1 на рис. 4), а начальные фазы 3-й, 7-й, 11-й и т.д. гармоник соответственно равны  $(-\pi/2)$  (кривые 2 на рис. 4).

Итак, мультигармонический параметрический ЛСЭ формирует в точке  $z = 118$  см кластер электромагнитного поля, гармоники которого удовлетворяют условию (15). На рис. 6 показана зависимость плотности потока энергии электромагнитного сигнала от времени, нормированного на период первой гармоники  $t/T$ . Как и предполагалось, электромагнитный сигнал имеет вид короткого кластера длительностью  $2,5 \cdot 10^{-13}$  с. Если принять, что площадь поперечного сечения пучка исследуемой системы равна  $1 \text{ см}^2$ , то мгновенная мощность такого кластера достигает значений 1 ГВт. Таким образом, мультигармонические параметрические ЛСЭ способны формировать мощные узкие кластеры электромагнитного поля.



**Рис. 5** – Зависимости начальных фаз комплексных амплитуд гармоник волны сигнала  $E_{1,m}$  от продольной координаты  $z$ . Кривые 1 соответствуют 1-й, 5-й, 9-й и т.д. гармоникам, кривые 2 соответствуют 3-й, 7-й, 11-й и т.д. гармоникам

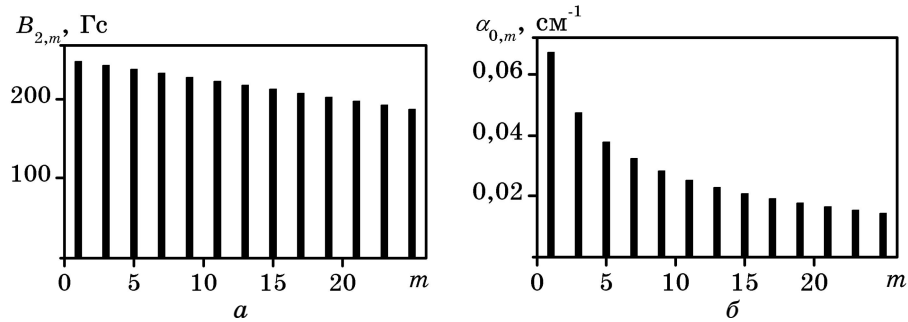


**Рис. 6** – Зависимость плотности потока энергии электромагнитного сигнала от нормированного времени  $t/T$  при  $z = 118$  см

## 6. СЛУЧАЙ АНОМАЛЬНОГО СПЕКТРА ВХОДНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО СИГНАЛА

Создание мультигармонических ондуляторов, в которых высшие гармоники магнитного поля имеют большую амплитуду, чем низшие гармоники (см. рис. 2а), является достаточно сложной технологической задачей. Поэтому в ряде случаев технологически проще создать на входе в ЛСЭ-формирователь электромагнитный сигнал с аномальным спектром (более высокая гармоника имеет большую амплитуду) и при этом использовать мультигармонический ондулятор с обычным спектром, в котором высшие гармоники имеют меньшую амплитуду. Именно этот случай мы исследуем в этом разделе.

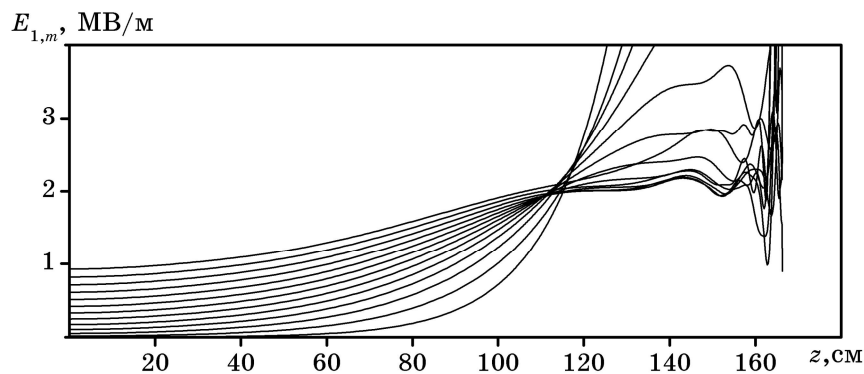
При использовании мультигармонических ондуляторов, в которых высшие гармоники имеют меньшую амплитуду (см. рис. 7а), инкременты нарастания, как следует из соотношения (19), в такой системе будут иметь подобный спектр (см. рис. 7б).



**Рис. 7** – Зависимости амплитуд гармоник индукции магнитного поля  $B_{2,m}$  ондулятора (а) и инкремента нарастания  $\alpha_{0,m}$  (б) от номера гармоники для случая аномального спектра входного электромагнитного сигнала

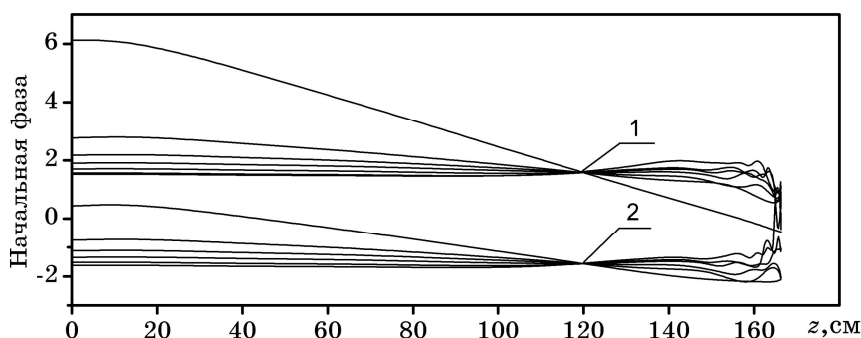
Как и в предыдущем случае (см. рис. 2а) четные гармоники ондулятора равны нулю. Благодаря этому четные гармоники электромагнитного поля тоже будут отсутствовать, то есть будет выполняться одно из условий формирования короткого кластера электромагнитного поля (см. комментарии к соотношению (15)).

Используя систему кубически-нелинейных уравнений (7), исследуем динамику амплитуд и фаз гармоник в ЛСЭ-формирователе, в котором спектр магнитного поля ондулятора представлен на рис. 7а.



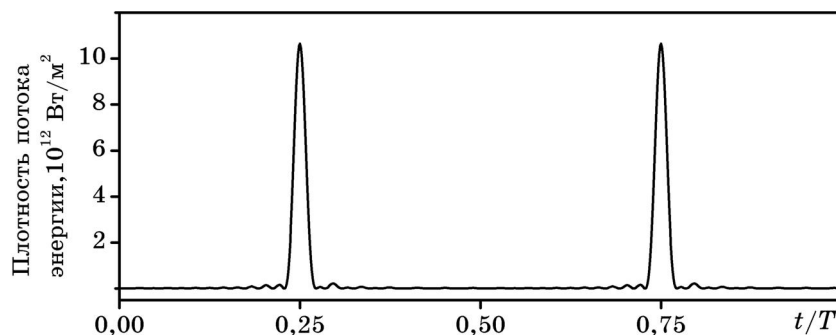
**Рис. 8** – Зависимости модуля комплексных амплитуд гармоник волны сигнала  $E_{1,m}$  от продольной координаты  $z$

На рис. 8 представлены зависимости модуля комплексных амплитуд гармоник волны сигнала  $E_{1,m}$  от продольной координаты  $z$ . Видим, что модули комплексных амплитуд нечетных гармоник экспоненциально нарастают, и в области с координатой  $z = 118$  см имеют приблизительно одинаковое значение. На рис. 9 представлены зависимости начальных фаз комплексных амплитуд гармоник мультигармонической электромагнитной волны от продольной координаты. Как видим, в области с продольной координатой  $z = 120$  см начальные фазы 1-й, 5-й, 9-й и т.д. гармоник приблизительно равны  $(+\pi/2)$  (кривые 1 на рис. 9), а начальные фазы 3-й, 7-й, 11-й и т.д. гармоник равны  $(-\pi/2)$  (кривые 2 на рис. 9).



**Рис. 9** – Зависимости начальных фаз комплексных амплитуд гармоник волны сигнала  $E_{1,m}$  от продольной координаты  $z$ . Кривые 1 соответствуют 1-й, 5-й, 9-й и т.д. гармоникам, кривые 2 соответствуют 3-й, 7-й, 11-й и т.д. гармоникам

Итак, мультигармонический параметрический ЛСЭ формирует в точке  $z = 118-120$  см кластер электромагнитного поля, гармоники которого удовлетворяют условию (15). На рис. 10 показана зависимость плотности потока энергии электромагнитного сигнала от времени нормированного на период первой гармоники  $t/T$  в точке  $z = 119$  см. Как и предполагалось, электромагнитный сигнал имеет вид короткого мощного кластера. Сравнивая рис. 10 и рис. 6 видим, что параметры кластеров электромагнитного поля, полученных в обоих случаях, являются практически одинаковыми.



**Рис. 10** – Зависимость плотности потока энергии электромагнитного сигнала от нормированного времени  $t/T$  при  $z = 119$  см

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе проведен анализ физических процессов протекающих при формировании ультракоротких электромагнитных кластеров в устройствах, построенных на базе мультигармонических параметрических ЛСЭ. Выявлены условия, необходимые для формирования коротких кластеров электромагнитного поля. Рассмотрены два варианта формирования кластеров, которые различаются входным спектром мультигармонического электромагнитного сигнала. Продемонстрирована возможность создания ультракоротких кластеров электромагнитного поля в системах типа мультигармонические параметрические лазеры на свободных электронах.

**ACTIVE FEL-KLYSTRONS AS FORMERS OF FEMTO-SECOND CLUSTERS OF ELECTROMAGNETIC FIELD. DESCRIPTION OF MODELS ON THE BASIS OF SECTIONS OF «ORDINARY» FEL: ANALISES**

**V.V. Kulish<sup>1</sup>, A.V. Lysenko<sup>2</sup>, A.Ju. Brusnik<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> National Aviation University,  
1, Kosmonavta Komarova Ave., 03680, Kiev, Ukraine  
E-mail: [kulish2001@ukr.net](mailto:kulish2001@ukr.net)

<sup>2</sup> Sumy State University,  
2, Rimsky-Korsakov Str., 40007, Sumy, Ukraine

*Physical processes of ultrashort electromagnetic cluster formation in multiharmonic parametrical free electron lasers are analyzed. The conditions, which are necessary for formation of such clusters, are found out. Two formation variants, which differ with input electromagnetic signal spectra and multiharmonic pumping magnetic field spectra, are studied. Possibility of the ultrashort electromagnetic field cluster formation in the multiharmonic parametrical free electron lasers is shown.*

**Keywords:** FREE ELECTRON LASERS, ULTRASHORT ELECTROMAGNETIC CLUSTERS, MULTIHARMONIC INTERACTIONS.

**МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ФОРМУВАЧІ ФЕМТОСЕКУНДНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ КЛАСТЕРІВ НА БАЗІ «ЗВИЧАЙНИХ» ЛВЕ: АНАЛІЗ**

**В.В. Куліш, А.В. Лисенко, А.Ю. Бруснік**

<sup>1</sup> Національний авіаційний університет,  
пр. Космонавта Комарова, 1, 03680, Київ, Україна  
E-mail: [kulish2001@ukr.net](mailto:kulish2001@ukr.net)

<sup>2</sup> Сумський державний університет,  
вул. Римського-Корсакова, 2, 40007, Суми, Україна

*Проаналізовані фізичні процеси, що протікають при формуванні ультракоротких електромагнітних кластерів у мультигармонічних параметричних лазерах на вільних електронах. З'ясовані умови, які необхідні для формування таких кластерів. Вивчені два варіанти формування, що різняться спектрами електромагнітного сигналу на вході в систему й спектрами мультигармонічного магнітного поля накачки. Продемонстровано можливість формування ультракоротких кластерів електромагнітного поля в системах типу мультигармонічні параметричні лазери на вільних електронах.*

**Ключові слова:** ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ, УЛЬТРАКОРОТКІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КЛАСТЕРИ, МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ВЗАЄМОДІЇ.

**СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1. В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, А.Ю. Брусник. *Ж. нано-електрон. фіз.* **2** №2, 50 (2010).
2. В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, А.Ю. Брусник. *Ж. нано-електрон. фіз.* **2** №3, 54 (2010).
3. V.V. Kulish, *Hierarchical methods: Undulative electrodynamic systems, Vol.2* (Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers: 2002).
4. V.V. Kulish, *Methods of averaging in nonlinear problems of relativistic electrodynamics* (Atlanta: World Federation Publishers: 1998).

5. V.V. Kulish, *Hierarchic Methods: Hierarchy and Hierarchic Asymptotic Methods in Electrodynamics, Vol.1* (Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers: 2002).
6. V.V. Kulish, O.V. Lysenko, V.I. Savchenko, I.G. Majornikov *Laser Physics* **15**, 1629 (2005).
7. V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.I. Savchenko, *Int. J. Infrared Millim. Waves* **24**, 501 (2003).
8. T.C. Marshall, *Free electron laser* (New York, London: Mac Millan: 1985).
9. C. Brau, *Free electron laser* (Boston: Academic Press: 1990).
10. Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов, *Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков, том 2* (Москва: ФИЗМАТЛИТ: 2003).
11. H.P. Freund and T.M. Antonsen, *Principles of Free Electron Lasers* (Springer: Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo: 1996).
12. E.L. Saldin, E.V. Scheidmiller and M.V. Yurkov, *The physics of Free Electron Lasers* (Springer: Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo: 2000).
13. T. Shiozawa, *Classical Relativistic Electrodynamics: Theory of Light Emission and Application to Free Electron Lasers* (Springer: Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo: 2004).